

Zad 8. Uczeń przygotowujący się do matury w ciągu pierwszego tygodnia rozwiązał 5 zadań. Postanowił jednak, że w każdym następnym tygodniu będzie rozwiązywał o 2 zadania więcej niż w poprzednim tygodniu. W którym tygodniu liczba zadań rozwiązanych przez niego od początku nauki przekroczy 480?

Przydatne wzory:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad \leftarrow \quad \text{Suma ciągu arytmetycznego}$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$n_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$n_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$5 \xrightarrow{+2} 7 \xrightarrow{+2} 9 \xrightarrow{+2} 11 \dots$

$$a_1 = 5 \quad r = 2$$

Krok 1. Rozpisujemy ilość zadań, które uczeń będzie rozwiązywał w ciągu kolejnych tygodni.

Mamy do czynienia z **ciągami arytmetycznym**, więc wypisujemy, że $a_1 = 5$ a różnica ciągu: $r = 2$

Krok 2. Skorzystamy z wzoru na **sumę ciągu arytmetycznego**, ale najpierw musimy wyliczyć wartość a_n , wykorzystując wzór:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

$$a_n = 5 + (n-1) \cdot 2 = 5 + 2n - 2$$

$$a_n = 2n + 3$$

Chcemy aby $S_n > 480$, wartość n jest naszą szukaną ($n=?$), korzystamy ze wzoru.

$$a_n = 2n + 3$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n > 480$$

$$\frac{5 + 2n + 3}{2} \cdot n > 480$$

$$\frac{2n + 8}{2} \cdot n > 480$$

$$\frac{n + 4}{1} \cdot n > 480$$

$$(n+4) \cdot n > 480$$

$$n^2 + 4n - 480 > 0$$

Krok 3. Rozwiązujemy nierówność kwadratową, a następnie wykonujemy rysunek.

$$n^2 + 4n - 480 > 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

a b c

$$\begin{aligned} \Delta &= 16 - 4 \cdot 1 \cdot (-480) = \\ &= 16 - (-1920) = 1936 \end{aligned}$$

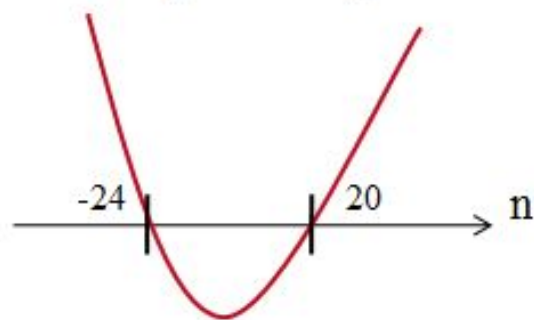
$$\sqrt{\Delta} = 44$$

$$n_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$n_1 = \frac{-4 - 44}{2} = \frac{-48}{2} = -24$$

$$n_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$n_2 = \frac{-4 + 44}{2} = \frac{40}{2} = 20$$



$$S_{20} = 480$$

$$S_{21} > 480$$

Z wykresu wynika, że w 20 tygodniu, uczeń wykona 480 zadań, to znaczy, że w 21 tygodniu pracy, przekroczy on liczbę 480 zadań.

Odp: Liczba wykonanych przez ucznia zadań przekroczy 480 w 21 tygodniu pracy.

Dziękuję za uwagę.