

**WYMAGANIA EDUKACYJNE Z MATEMATYKI  
DLA LICEUM OGÓLNOKSZTAŁCĄCEGO  
PO SZKOLE PODSTAWOWEJ**

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W).

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	–	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	–	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

Ocenę **celującą** otrzymuje uczeń, który:

- posiada wiedzę znacznie wykraczającą poza obowiązujący program nauczania;
- biegle posługuje się zdobytymi wiadomościami;
- twórczo rozwija własne uzdolnienia i zainteresowania;
- pomysłowo i oryginalnie rozwiązuje nietypowe zadania;
- bierze udział i osiąga sukcesy w konkursach matematycznych.

Ocenę **bardzo dobrą** otrzymuje uczeń, który:

- opanował pełny zakres wiadomości przewidzianych programem nauczania;
- wykazuje się znajomością definicji i twierdzeń oraz umiejętnością ich zastosowania w zadaniach;
- samodzielnie rozwiązuje zadania, w tym zadania wymagające zastosowania wiadomości w sytuacjach nietypowych;
- potrafi sprawnie i bezbłędnie rachować oraz przekształcać wyrażenia algebraiczne;
- posługuje się poprawnym językiem matematycznym;
- dowodzi twierdzenia;
- przeprowadza rozmaite rozumowania dedukcyjne;
- samodzielnie zdobywa wiedzę.

Ocenę **dobrą** otrzymuje uczeń, który:

- opanował wiadomości i umiejętności przewidziane podstawą programową oraz wybrane elementy programu nauczania;
- wykazuje się znajomością i zrozumieniem poznanych pojęć, twierdzeń, algorytmów;
- samodzielnie rozwiązuje typowe zadania;
- potrafi sprawnie rachować i przekształcać wyrażenia algebraiczne;
- posługuje się językiem matematycznym, ewentualnie z nielicznymi usterkami;
- sprawnie przeprowadza obliczenia i przekształcenia matematyczne,
- dowodzi wybrane twierdzenia;
- przeprowadza proste rozumowania dedukcyjne.

Ocenę **dostateczną** otrzymuje uczeń, który:

- opanował wiadomości i umiejętności przewidziane podstawą programową;
- wykazuje się znajomością i rozumieniem podstawowych pojęć i algorytmów;
- stosuje poznane wzory i twierdzenia w rozwiązywaniu typowych zadań;
- wykonuje samodzielnie proste obliczenia i przekształcenia matematyczne; w trudniejszych przekształceniach i obliczeniach rachunkowych popełnia nieliczne błędy.

Ocenę **dopuszczającą** otrzymuje uczeń, który:

- opanował wiadomości i umiejętności przewidziane podstawą programową z nielicznymi brakami;
- wykazuje się znajomością i rozumieniem najprostszych pojęć oraz algorytmów;
- samodzielnie lub z pomocą nauczyciela rozwiązuje zdania o niewielkim stopniu trudności;
- wykonuje proste obliczenia i przekształcenia matematyczne, potrafi poprawić swoje błędy w obliczeniach rachunkowych oraz przekształceniach algebraicznych po wskazaniu przez nauczyciela;
- operuje najprostszymi obiektami abstrakcyjnymi (liczbami, zbiorami, zmiennymi i zbudowanymi z nich wyrażeniami);
- ma braki nie przekreślające możliwości uzyskania przez ucznia podstawowej wiedzy z matematyki w ciągu dalszej nauki.

Ocenę **niedostateczną** otrzymuje uczeń, który:

- nie opanował podstawowych wiadomości i umiejętności wynikających z podstawy programowej;
  - nie potrafi wykonać najprostszych ćwiczeń i zadań – mimo pomocy nauczyciela;
  - nie radzi sobie ze zrozumieniem najprostszych pojęć, algorytmów i twierdzeń;
  - popełnia rażące błędy rachunkowe;
  - nie wykazuje chęci uzupełnienia braków w wiadomościach i umiejętnościach;
- Poziom wiedzy i umiejętności ucznia nie jest wystarczający, by mógł kontynuować edukację.

**WYMAGANIA SZCZEGÓŁOWE**  
**DLA LICEUM OGÓLNOKSZTAŁCĄCEGO I LICEUM SZTUK PIĘKNYCH**  
**PO SZKOLE PODSTAWOWEJ**  
**– ZAKRES PODSTAWOWY**

**Pogrubieniem** oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową dla zakresu podstawowego.

**1. LICZBY RZECZYWISTE**

Poziom (**K**) lub (**P**)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje cechy podzielności liczb</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje dzielniki danej liczby naturalnej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza NWD i NWW</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• porównuje liczby wymierne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami oraz przykłady liczb niewymiernych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną, odczytuje z osi liczbowej współrzędne danego punktu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz określa, czy dane przybliżenie jest przybliżeniem z nadmiarem czy z niedomiarem</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych, zamienia skończone rozwinięcia dziesiętne na ułamki zwykłe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonuje proste działania w zbiorach liczb całkowitych, wymiernych i rzeczywistych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyłącza czynnik przed znak pierwiastka kwadratowego; włącza czynnik pod znak pierwiastka kwadratowego (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu <math>\frac{1}{\sqrt{a}}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza procent danej liczby</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych</li> </ul>

## Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• przedstawia liczbę naturalną w postaci iloczynu liczb pierwszych
• stosuje ogólny zapis liczb naturalnych: parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.
• konstruuje odcinki o długościach niewymiernych
• wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci $a \cdot k + r$
• wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych (trudniejsze przypadki)
• zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły
• porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora
• wyznacza wartość wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach
• wyłącza czynnik przed znak pierwiastka dowolnego stopnia, włącza czynnik pod pierwiastek dowolnego stopnia
• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\sqrt[3]{a}$
• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (trudniejsze przypadki)
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (trudniejsze przypadki)
• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do udowodnienia równości wyrażeń
• oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej
• rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe
• ocenia dokładność zastosowanego przybliżenia

## Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych

## 2. JĘZYK MATEMATYKI

## Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• <b>posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony</b>
• opisuje symbolicznie dane zbiory
• wymienia elementy danego zbioru oraz elementy do niego nienależące
• <b>posługuje się pojęciami iloczynu, sumy oraz różnicy zbiorów</b>
• zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe
• wyznacza przedział opisany podanymi nierównościami
• <b>wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów liczbowych oraz zaznacza je na osi liczbowej</b>
• rozwiązuje proste nierówności liniowe, sprawdza, czy dana liczba spełnia daną nierówność
• zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej
• zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych, np. $A = \{x \in \mathbf{R}: x \geq -4 \wedge x < 1\} = [-4; 1)$
• wyłącza wskazany jednomian przed nawias w sumie algebraicznej
• mnoży sumy algebraiczne przez siebie oraz redukuje wyrazy podobne w otrzymanej sumie
• zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
• stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
• stosuje przekształcania wyrażeń algebraicznych do rozwiązywania prostych równań i nierówności
• oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej

- |                                                                                                                                                                                                               |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu <math> x  = a,  x  &lt; a</math></li> </ul> |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- |                                                                                                                                                                          |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza iloczyn, sumę i różnicę danych zbiorów oraz dopełnienie zbioru</li> </ul>                                              |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą</li> </ul>                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych</b></li> </ul>                                                         |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych</li> </ul>                                                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza proste dowody, stosując działania na wyrażeniach algebraicznych</li> </ul>                                         |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych</li> </ul>                                          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci <math>a + b\sqrt{c}</math></li> </ul>              |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu <math>\frac{a}{b \pm c\sqrt{d}}</math></li> </ul>                               |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje przekształcenia algebraiczne do rozwiązywania równań i nierówności (trudniejsze przypadki)</li> </ul>                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną</li> </ul>                                                                          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równań i nierówności</li> </ul>                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyprowadza wzory skróconego mnożenia</li> </ul>                                                                                 |

## Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

- |                                                                                                                                                                                                 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• dowodzi podzielności liczb (trudniejsze przypadki)</li> </ul>                                                                                          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń</li> </ul>                                                                                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów, przekształcania wyrażeń algebraicznych i własności wartości bezwzględnej</li> </ul> |

## 3. UKŁADY RÓWNAŃ

## Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- |                                                                                                                                            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje przykładowe rozwiązania równania liniowego z dwiema niewiadomymi</li> </ul>                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy dana para liczb spełnia dany układ równań</li> </ul>                                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• do danego równania dopisuje drugie równanie tak, aby rozwiązaniem była dana para liczb</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wskazaną zmienną z danego równania liniowego</li> </ul>                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje układy równań metodą podstawiania (proste przypadki)</li> </ul>                        |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• określa, ile rozwiązań ma dany układ równań (proste przypadki)</li> </ul>                         |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje układy równań metodą przeciwnych współczynników (proste przypadki)</li> </ul>          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania prostych zadań tekstowych</li> </ul>             |

## Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- |                                                                                                                                                      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje w postaci układu równań podane informacje tekstowe</li> </ul>                                      |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• dobiera współczynniki liczbowe w układzie równań tak, aby dana para liczb była jego rozwiązaniem</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• określa, ile rozwiązań ma dany układ równań</li> </ul>                                                      |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• dopisuje drugie równanie tak, aby układ był sprzeczny, oznaczony, nieoznaczony</li> </ul>                   |

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje układy równań w trudniejszych przypadkach, stosując przekształcenia algebraiczne i wzory skróconego mnożenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zapisuje rozwiązanie układu nieoznaczonego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych, w tym zadań dotyczących prędkości oraz wielkości podanych za pomocą procentów: stężeń roztworów i lokat bankowych</li> </ul>

## Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące układów równań, w tym np. układów równań liniowych z trzema (lub więcej) niewiadomymi, oraz ich zastosowania w zadaniach tekstowych</li> </ul>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

## 4. FUNKCJE

## Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>określa funkcję różnymi sposobami (grafem, tabelą, wykresem, opisem słownym, wzorem)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>poprawnie stosuje pojęcia związane z pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości, argument, miejsce zerowe, wartość i wykres funkcji</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji (w przypadku nieskomplikowanego wykresu)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>na podstawie nieskomplikowanego wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelą lub opisem słownym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>odczytuje argument odpowiadający podanej wartości funkcji</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza argument odpowiadający podanej wartości funkcji (w prostych przypadkach)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza algebraicznie położenie punktu o danych współrzędnych względem wykresu funkcji danej wzorem</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych (w prostych przypadkach)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>sporządza wykresy funkcji: <math>y = f(x - p)</math>, <math>y = f(x) + q</math>, <math>y = f(x - p) + q</math>, <math>y = -f(x)</math>, <math>y = f(-x)</math> na podstawie danego wykresu funkcji <math>y = f(x)</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi do rozwiązywania prostych zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza współczynnik proporcjonalności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, jeśli zna współrzędne punktu należącego do wykresu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math> dla danego <math>a &gt; 0</math> i <math>x &gt; 0</math></li> </ul>

## Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w sytuacjach praktycznych</li> </ul>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

• przedstawia daną funkcję na różne sposoby w trudniejszych przypadkach
• na podstawie wykresu funkcji odczytuje rozwiązania równania $f(x) = m$ dla ustalonej wartości $m$
• na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności: $f(x) > m$ , $f(x) < m$ , $f(x) \geq m$ , $f(x) \leq m$ dla ustalonej wartości $m$
• odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu $f(x) = g(x)$ , $f(x) < g(x)$ , $f(x) > g(x)$
• szkicuje wykresy funkcji spełniającej podane warunki w trudniejszych przypadkach oraz określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach
• szkicuje wykresy funkcji, stosując przekształcenia wykresu, w trudniejszych przypadkach
• stosuje funkcje i ich własności w sytuacjach praktycznych, w tym proporcjonalność odwrotną, do rozwiązywania zadań dotyczących drogi, prędkości i czasu

## Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• udowadnia, że funkcja np. $f(x) = \frac{1}{x}$ nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji

## 5. FUNKCJA LINIOWA

## Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu
• rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem
• oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu i odwrotnie
• wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej
• oblicza współczynnik kierunkowy prostej, jeśli ma dane współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej
• interpretuje współczynniki ze wzoru funkcji liniowej
• wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne
• odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność
• wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dane dwa punkty
• wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych
• sprawdza algebraicznie i graficznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej
• przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie
• sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe
• stosuje warunek równoległości i prostopadłości prostych
• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej
• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej
• rozwiązuje układ równań metodą algebraiczną i metodą graficzną
• określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej
• rozpoznaje wielkości wprost i odwrotnie proporcjonalne

## Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała
• oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych
• rozpoznaje wzajemne położenie prostych na podstawie ich równań
• sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostopadłe
• znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki
• rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi
• analizuje własności funkcji liniowej

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze
• wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
• wyprowadza wzór na współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez dwa punkty
• udowadnia warunek prostopadłości prostych o danych równaniach kierunkowych
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej

## 6. PLANIMETRIA

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne
• stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie w prostych przypadkach
• sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt
• udowadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania (proste przypadki)
• wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań
• udowadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa (proste przypadki)
• zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych
• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań
• sprawdza, czy dane figury są podobne
• oblicza długości boków figur podobnych
• stosuje w prostych zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych
• wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne
• rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
• udowadnia równoległość prostych, stosując twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa
• stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w prostych przypadkach

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie
• oblicza sumę miar kątów danego wielokąta
• oblicza liczbę boków wielokąta, jeśli ma daną sumę miar jego kątów wewnętrznych
• stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych
• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów i trudniejszych zadań geometrycznych
• rozwiązuje zadania dotyczące podobieństwa wielokątów
• rozwiązuje zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
• stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie do rozwiązywania zadań



## Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przeprowadza dowód twierdzenia Talesa
• rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa oraz twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa
• stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w zadaniach wymagających przeprowadzenia dowodu
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawania i podobieństwa figur
• przeprowadza dowód twierdzenia o dwusiecznej kąta w trójkącie

## 7. WSTĘP DO FUNKCJI KWADRATOWEJ

## Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• szkicuje wykres funkcji $f(x) = ax^2$ i podaje jej własności
• sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej
• szkicuje wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podaje jej własności
• ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu funkcji $f(x) = ax^2$
• przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie
• oblicza wyróżnik trójmianu kwadratowego
• oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, podaje równanie jej osi symetrii
• ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, jeśli ma dane współrzędne wierzchołka i innego punktu jej wykresu

## Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• szkicuje wykres funkcji kwadratowej i podaje jej własności
• znajduje współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu
• znajduje współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej własnościach, np. zbiorze wartości, maksymalnych przedziałach monotoniczności

## Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej
• wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej

## 8. FUNKCJA KWADRATOWA

## Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• szkicuje wykres funkcji $f(x) = ax^2$ , gdzie $a \neq 0$ , i odczytuje z wykresu jej własności
• szkicuje wykres funkcji kwadratowej $f(x) = a(x - p)^2 + q$ , gdzie $a \neq 0$ , i odczytuje z wykresu jej własności
• podaje wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej
• oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, wyznacza równanie osi symetrii paraboli
• przekształca postać kanoniczną funkcji kwadratowej do postaci ogólnej
• przekształca postać ogólną funkcji kwadratowej do postaci kanonicznej (z zastosowaniem

wzoru na współrzędne wierzchołka paraboli); szkicuje wykres danej funkcji kwadratowej oraz opisuje jej własności
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wzór ogólny funkcji kwadratowej, gdy dane są współrzędne wierzchołka i innego punktu jej wykresu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równanie kwadratowe niepełne metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub stosując wzór skróconego mnożenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równanie kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego w zależności od współczynnika <math>a</math> i wyróżnika <math>\Delta</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej, jeśli taka postać istnieje</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje nierówność kwadratową w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania układu równań, znajdując punkty wspólne prostej i paraboli</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji, wyznacza wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza analizę zadania tekstowego, a następnie zapisuje odpowiednie równanie, nierówność lub funkcję kwadratową opisującą daną zależność i znajduje w prostych przypadkach rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równanie kwadratowe i nierówność kwadratową w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje postać iloczynową funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania dwukwadratowe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równanie, które można sprowadzić do równania kwadratowego, np. stosując podstawienie <math>t =  x , t \geq 0</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza w trudniejszych przypadkach najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym, korzystając z własności funkcji kwadratowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje równania kwadratowe do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności, stosując równania kwadratowe</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadza wzory na pierwiastki trójmianu kwadratowego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>udowadnia związki między współczynnikami funkcji kwadratowej o podwyższonym stopniu trudności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej</li> </ul>

### 9. WIELOMIANY

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zapisuje wielomian określonego stopnia o danych współczynnikach</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje wielomian w sposób uporządkowany</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wielomianów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory na sześciang sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześciangów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przekształca wyrażenie algebraiczne, stosując wzory skróconego mnożenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozkłada w prostych przypadkach wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje proste równanie wielomianowe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje w prostych przypadkach przykład wielomianu, znając jego stopień i pierwiastek</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• dzieli wielomian przez dwumian <math>x - a</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza poprawność wykonanego dzielenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje wielomian w postaci <math>w(x) = p(x)q(x) + r</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian <math>x - a</math> bez wykonywania dzielenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian <math>x - a</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi wielomianu o współczynnikach całkowitych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki; rozwiązuje równanie wielomianowe z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę w prostych przypadkach</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory <math>a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + 1)</math> oraz <math>a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + \dots + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozkłada wielomian na czynniki w zadaniach różnych typów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian <math>(x - p)(x - q)</math> bez wykonywania dzielenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• dzieli wielomian przez dwumian <math>x - a</math>, stosując schemat Hornera</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące podzielności wielomianu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania wielomianowe, stosując twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując działania na wielomianach i równania wielomianowe</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci <math>x - a</math> (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku</li> </ul>

- |                                                                                                                         |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązują zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące wielomianów</li> </ul> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## 10. FUNKCJE WYMIERNE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math> (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie <math>a \neq 0</math>, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przesuwa wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, wzdłuż osi <math>OX</math> albo wzdłuż osi <math>OY</math>, podaje jej własności oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>dobiera wzór funkcji do jej wykresu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>upraszcza wyrażenia wymierne w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązują równania wymierne w prostych przypadkach, podaje i uwzględnia założenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych</li> </ul>

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, w podanym zbiorze w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza współczynnik <math>a</math> tak, aby funkcja <math>f(x) = \frac{a}{x}</math> spełniała podane warunki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x-p} + q</math>, gdzie <math>x \in \mathbf{R} \setminus \{p\}</math> i <math>a \neq 0</math>, i wyznacza równania jej asymptot</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w trudniejszych przypadkach i podaje odpowiednie założenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>określa dziedzinę funkcji, w której wzorze występuje ułamek lub pierwiastek</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych, wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązują równania wymierne w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>podaje interpretację geometryczną rozwiązania równania wymiernego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności</li> </ul>

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>przekształca wzór funkcji danej w postaci <math>f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}</math> do postaci <math>f(x) = \frac{r}{x-p} + q</math> oraz szkicuje jej wykres</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje i wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań o podwyższonym stopniu trudności</li> </ul>

**11. TRYGNOMETRIA**

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa w prostych przypadkach
• wykorzystuje wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków
• podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$
• odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
• odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej
• podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta
• rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku
• stosuje wzory: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ , $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ , $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$ do obliczania wartości wyrażenia
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych
• stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2}ah$ oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku $a$ : $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
• rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności
• oblicza pola czworokątów
• wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w prostych przypadkach

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa
• wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach
• uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów w zadaniach praktycznych
• stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
• uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych $\alpha$ i $90^\circ - \alpha$
• wyprowadza wzór na jedynekę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• przekształca wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens kąta; znając wartość tangensa kąta wypukłego, rysuje ten kąt w układzie współrzędnych
• stosuje w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$
• stosuje wzór Herona do obliczania pola trójkąta
• oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach

<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia związki miarowe w czworokątach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>dowodzi prawdziwości wzoru <math>P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma</math></li> </ul>

## Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach</li> </ul>

**12. PLANIMETRIA**

## Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje kąty środkowe w okręgu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pole koła i pole wycinka koła</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniem okręgu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>opisuje własności wielokątów foremnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremny w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta</li> </ul>

## Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory <math>P = \frac{abc}{4R}</math> i <math>P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r</math> do obliczania pola trójkąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia wzory <math>P = \frac{abc}{4R}</math> i <math>P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• bada, czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia zależności w wielokątach foremnych o podwyższonym stopniu trudności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zna i potrafi wykonać konstrukcję pięciokąta foremnego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu oraz o kątach wpisanych, opartych na tym samym łuku</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia zależność między długością boku a promieniem okręgu opisanego na wielokącie foremnym lub wpisanego w wielokąt foremny</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia, że symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia, że dwusieczne kątów wewnętrznych trójkąta przecinają się w jednym punkcie</li> </ul>

### 13. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o podanej podstawie i wykładniku rzeczywistym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• upraszcza wyrażenia, stosując twierdzenia o działaniach na potęgach – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartości danej funkcji wykładniczej dla podanych argumentów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do jej wykresu oraz szkicuje ten wykres</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje jej własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji, stosując przesunięcie wykresu odpowiedniej funkcji wykładniczej wzdłuż osi układu współrzędnych albo przez symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza logarytm danej liczby</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu – do prostych obliczeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• odczytuje z tablic przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wzór funkcji logarytmicznej, gdy dane są współrzędne punktu należącego do jej wykresu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji, stosując przesunięcie wykresu odpowiedniej funkcji logarytmicznej</li> </ul>

wzdłuż osi układu współrzędnych albo symetrię względem osi układu współrzędnych
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym, korzystając z własności funkcji wykładniczej lub funkcji logarytmicznej – w prostych przypadkach</li> </ul>

## Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>upraszcza wyrażenia, stosując twierdzenia o działaniach na potęgach – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>porównuje liczby przedstawione w postaci potęg, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres funkcji, stosując złożenie przekształceń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>odczytuje z wykresu funkcji wykładniczej zbiór rozwiązań nierówności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyjaśnia, jak należy przekształcić wykres funkcji, aby otrzymać wykres innej funkcji</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu; podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu i liczby logarytmowanej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>odczytuje z wykresu funkcji logarytmicznej zbiór rozwiązań nierówności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczących wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania dotyczące monotoniczności funkcji logarytmicznej, w tym zadania z parametrem</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby, np. <math>\log_2 3</math></li> </ul>

## Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>udowadnia twierdzenia o działaniach na logarytmach</li> </ul>

## 14. GEOMETRIA ANALITYCZNA

## Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzór na odległość punktów w zadaniach dotyczących wielokątów – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza odległość punktu od prostej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>podaje równanie okręgu o danych środku i promieniu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>podaje współrzędne środka i promień okręgu, korzystając z postaci kanonicznej równania okręgu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej opisanych danymi równaniami</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>podaje interpretację geometryczną rozwiązania układu równań, z których jedno jest równaniem okręgu lub paraboli, a drugie równaniem prostej – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza współrzędne obrazów punktów w symetrii osiowej względem osi układu</li> </ul>



współrzędnych lub symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych
-----------------------------------------------------------------------------

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych danymi równaniami</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje w zadaniach równanie okręgu – w bardziej złożonych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje w zadaniach własności stycznej do okręgu – w bardziej złożonych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje algebraicznie układy równań, z których jedno jest równaniem okręgu lub paraboli, a drugie – równaniem prostej; podaje ich interpretację geometryczną – w bardziej złożonych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań dotyczących okręgów i wielokątów – w bardziej złożonych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności symetrii osiowej i symetrii środkowej – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej – o znacznym stopniu trudności</li> </ul>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

## 15. CIĄGI

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres ciągu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wskazane wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość) – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wyraz <math>a_{n+1}</math> ciągu określonego wzorem ogólnym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• bada monotoniczność ciągu – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje przykłady ciągów arytmetycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa monotoniczność ciągu arytmetycznego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje przykłady ciągów geometrycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa monotoniczność ciągu geometrycznego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu geometrycznego</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania – w prostych przypadkach</li> </ul>

## Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• bada monotoniczność ciągów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest jego wzór ogólny – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności ciągu arytmetycznego oraz wzory na sumę jego wyrazów w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności, w tym w zadaniach tekstowych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego – w zadaniach różnego typu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów tych ciągów, również w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>

## Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu</li> </ul>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

## 16. STATYSTYKA

## Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• odczytuje informacje ze skali centylowej – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami</li> </ul>

## Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych różnymi sposobami</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• odczytuje informacje ze skali centylowej – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych różnymi sposobami</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące statystyki – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki

**WYMAGANIA SZCZEGÓŁOWE  
DLA LICEUM OGÓLNOKSZTAŁCĄCEGO PO SZKOLE PODSTAWOWEJ  
– ZAKRES ROZSZERZONY**

**Pogrubieniem** oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową.

### 1. LICZBY RZECZYWISTE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje cechy podzielności liczb</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje dzielniki danej liczby naturalnej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• znajduje największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• porównuje liczby wymierne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami oraz przykłady liczb niewymiernych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną, odczytuje z osi liczbowej współrzędne danego punktu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz oblicza błąd przybliżenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych, zamienia ułamki dziesiętne o skończonym rozwinięciu dziesiętnym na ułamki zwykłe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonuje proste działania w zbiorach liczb: całkowitych, wymiernych i rzeczywistych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyłącza czynnik przed znak pierwiastka kwadratowego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu <math>\frac{1}{\sqrt{a}}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szacuje wartości liczb niewymiernych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje i odczytuje liczbę w notacji wykładniczej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• interpretuje pojęcia procentu i punktu procentowego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza procent danej liczby</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych</li> </ul>

## Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• stosuje ogólny zapis liczb naturalnych: parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.
• przedstawia liczbę naturalną w postaci iloczynu liczb pierwszych (trudniejsze przypadki)
• wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci $a \cdot k + r$
• konstruuje odcinki o długościach niewymiernych
• wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych (trudniejsze przypadki)
• zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły
• porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora
• wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach
• wyłącza czynnik przed znak pierwiastka dowolnego stopnia, włącza czynnik pod znak pierwiastka dowolnego stopnia
• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\sqrt[3]{a}$
• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (trudniejsze przypadki)
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (trudniejsze przypadki)
• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadnienia równości wyrażeń
• oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej
• rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe

## Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb
• udowadnia prawa działań na potęgach o wykładnikach naturalnych (całkowitych)
• dowodzi niewymierności niektórych liczb, np. $\sqrt{2}$ , $\sqrt{3}$
• dowodzi, że suma (iloczyn) liczby wymiernej i niewymiernej jest liczbą niewymierną
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych

## 2. JĘZYK MATEMATYKI

## Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• <b>posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony</b>
• opisuje symbolicznie dane zbiory
• wymienia elementy danego zbioru oraz elementy do niego nienależące
• <b>posługuje się pojęciem iloczynu, sumy oraz różnicy zbiorów</b>
• zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe
• wyznacza przedział opisany podanymi nierównościami
• <b>wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów liczbowych oraz zaznacza je na osi liczbowej</b>
• rozwiązuje proste nierówności liniowe, sprawdza, czy dana liczba spełnia daną nierówność
• zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej
• zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych, np. $A = \{x \in \mathbf{R}: x \geq -4 \wedge x < 1\} = [-4; 1)$
• wyłącza wskazany jednomian przed nawias w sumie algebraicznej
• mnoży sumy algebraiczne przez siebie oraz redukuje wyrazy podobne w otrzymanej sumie
• zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
• stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
• stosuje przekształcenia wyrażeń algebraicznych do rozwiązywania prostych równań

i nierówności
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu <math> x  = a,  x  &lt; a</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równań i nierówności typu <math> x - 3  = 3,  x + 4  \leq 1</math></li> </ul>

## Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza iloczyn, sumę i różnicę danych zbiorów oraz dopełnienie zbioru</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowody, stosując działania na wyrażeniach algebraicznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach <math>a + b\sqrt{c}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu <math>\frac{a}{b \pm c\sqrt{d}}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje przekształcenia algebraiczne do rozwiązywania równań i nierówności (trudniejsze przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• upraszcza wyrażenia algebraiczne, korzystając z własności wartości bezwzględnej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza przedziały liczbowe określone za pomocą wartości bezwzględnej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną typu <math> 2x - 3  = 5,  3x + 1  &gt; 7, \sqrt{x^2 + 4x + 4} \leq 2</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów, których współrzędne spełniają warunki zapisane za pomocą wartości bezwzględnej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyprowadza wzory skróconego mnożenia</li> </ul>

## Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>formuluje i sprawdza hipotezy dotyczące praw działań na zbiorach</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• dowodzi podzielności liczb w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów i własności wartości bezwzględnej</li> </ul>

## 3. UKŁADY RÓWNAŃ

## Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje przykładowe rozwiązania równania liniowego z dwiema niewiadomymi</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy podana para liczb spełnia dany układ równań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• do danego równania dopisuje drugie równanie tak, aby rozwiązaniem była dana para liczb</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wskazaną zmienną z danego równania liniowego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje układy równań metodą podstawiania (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa, ile rozwiązań ma dany układ równań w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje układy równań metodą przeciwnych współczynników w prostych przypadkach</li> </ul>

- |                                                                                                                                |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania prostych zadań tekstowych</li> </ul> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- |                                                                                                                                                                                                                                |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje w postaci układu równań podane informacje tekstowe</li> </ul>                                                                                                                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• dobiera współczynniki liczbowe w układzie równań tak, aby dana para liczb była jego rozwiązaniem</li> </ul>                                                                           |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• określa, ile rozwiązań ma dany układ równań</li> </ul>                                                                                                                                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• dopisuje drugie równanie tak, aby układ był sprzeczny, oznaczony, nieoznaczony</li> </ul>                                                                                             |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje układy równań w trudniejszych przypadkach, stosując przekształcenia algebraiczne i wzory skróconego mnożenia</li> </ul>                                                    |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje rozwiązanie układu nieoznaczonego</li> </ul>                                                                                                                                 |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych, w tym zadań dotyczących prędkości oraz wielkości podanych za pomocą procentów: stężeń roztworów i lokat bankowych</li> </ul> |

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

- |                                                                                                                                                                                                   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące układów równań, np. układy równań z trzema niewiadomymi, układy równań z parametrem</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje układy równań w trudniejszych zadaniach tekstowych</li> </ul>                                                                                    |

#### 4. FUNKCJE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- |                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami</li> </ul>                                                                                                                                                                            |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• określa funkcję różnymi sposobami (grafem, wzorem, tabelą, wykresem, opisem słownym)</li> </ul>                                                                                                                                     |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• poprawnie stosuje pojęcia związane z pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości, argument, miejsce zerowe, wartość i wykres funkcji</li> </ul>                                                                                     |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji (w przypadku nieskomplikowanego wykresu)</li> </ul>                                                                         |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji</li> </ul>                                                                                                                        |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• na podstawie nieskomplikowanego wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne</li> </ul>                                                                                               |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji</li> </ul>                                                                                                                                                          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów</li> </ul>                                                                                                                                          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelą lub opisem słownym</li> </ul>                                                                                                                                                          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji</li> </ul>                                                                                                                                                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• odczytuje argument odpowiadający podanej wartości funkcji (w prostych przypadkach)</li> </ul>                                                                                                                                       |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza algebraicznie położenie punktu o danych współrzędnych względem wykresu funkcji danej wzorem</li> </ul>                                                                                                                     |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych (w prostych przypadkach)</li> </ul>                                                                                              |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem</li> </ul>                                                                                                                                                                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• posługuje się pojęciem wektora i wektora przeciwnego</li> </ul>                                                                                                                                                                     |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza współrzędne wektora</li> </ul>                                                                                                                                                                                              |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• sporządza wykresy funkcji: <math>y = f(x - p)</math>, <math>y = f(x) + q</math>, <math>y = f(x - p) + q</math>, <math>y = -f(x)</math>, <math>y = f(-x)</math> na podstawie danego wykresu funkcji <math>y = f(x)</math></li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• sporządza wykres funkcji: <math>y =  f(x) </math>, jeśli ma dany wykres funkcji <math>y = f(x)</math> (proste przypadki)</li> </ul>                                                                                                 |

• stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych
• wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne
• stosuje zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi do rozwiązywania prostych zadań
• wyznacza współczynnik proporcjonalności
• podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, jeśli zna współrzędne punktu należącego do wykresu
• szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ dla danego $a > 0$ i $x > 0$

## Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w sytuacjach praktycznych
• przedstawia daną funkcję na różne sposoby w trudniejszych przykładach
• na podstawie wykresu funkcji określa liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ dla ustalonej wartości $m$
• na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności: $f(x) > m$ , $f(x) < m$ , $f(x) \geq m$ , $f(x) \leq m$ dla ustalonej wartości $m$
• odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu: $f(x) = g(x)$ , $f(x) < g(x)$ , $f(x) > g(x)$
• szkicuje wykres funkcji spełniającej podane warunki oraz określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach
• wyznacza współrzędne początku lub końca wektora, jeśli ma dane współrzędne wektora i jednego z punktów
• znajduje obraz figury w przesunięciu o dany wektor
• zapisuje wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przesunięcia o dany wektor
• szkicuje wykres funkcji będący efektem wykonania kilku operacji, jeśli ma dany wykres funkcji $y = f(x)$
• sporządza wykres funkcji: $y = f( x )$ , jeśli ma dany wykres funkcji $y = f(x)$
• stosuje funkcje i ich własności w sytuacjach praktycznych, w tym proporcjonalność odwrotną, do rozwiązywania zadań dotyczących drogi, prędkości i czasu

## Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• na podstawie definicji bada monotoniczność funkcji danej wzorem
• udowadnia, że funkcja np. $f(x) = \frac{1}{x}$ nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji

## 5. FUNKCJA LINIOWA

## Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu
• rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem
• oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu
• wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej
• oblicza współczynnik kierunkowy prostej, jeśli ma dane współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej
• interpretuje współczynniki ze wzoru funkcji liniowej
• wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne



<ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje wielkości wprost i odwrotnie proporcjonalne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dane dwa punkty</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza algebraicznie i graficznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje warunek równoległości i prostokątności prostych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostokątny do wykresu danej funkcji liniowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje układ równań metodą algebraiczną i metodą graficzną</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej</li> </ul>

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostokątne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li><b>opisuje za pomocą układu nierówności liniowych zbiór punktów przedstawionych w układzie współrzędnych</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania i nierówności liniowe z parametrem</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje własności funkcji liniowej do rozwiązywania zadań tekstowych osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>analizuje własności funkcji liniowej</li> </ul>

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje układ równań z parametrem</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadza równanie prostej o danym współczynniku kierunkowym przechodzącej przez dany punkt</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>udowadnia warunek prostokątności prostych o danych równaniach kierunkowych</li> </ul>

## 6. PLANIMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne</li> </ul>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------

• stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie w prostych przypadkach
• sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt
• udowadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania (proste przypadki)
• wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań
• udowadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa (proste przypadki)
• zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych
• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań
• sprawdza, czy dane figury są podobne
• oblicza długości boków figur podobnych
• stosuje w prostych zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych
• wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne
• rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
• udowadnia równoległość prostych stosując twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa
• stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w prostych przypadkach

**Poziom (R) lub (D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie
• stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych
• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów i trudniejszych zadań geometrycznych
• rozwiązuje zadania dotyczące podobieństwa wielokątów
• rozwiązuje zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
• stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie do rozwiązywania zadań

**Poziom (W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przeprowadza dowód twierdzenia Talesa
• przeprowadza dowód twierdzenia o dwusiecznej kąta w trójkącie
• rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa
• stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań wymagających przeprowadzenia dowodu
• stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w zadaniach wymagających przeprowadzenia dowodu
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawania i podobieństwa figur

**7. FUNKCJA KWADRATOWA****Poziom (K) lub (P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• szkicuje wykres funkcji $f(x) = ax^2$ i podaje jej własności
• sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej
• szkicuje wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podaje jej własności
• ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu funkcji $f(x) = ax^2$
• przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie
• oblicza wyróżnik trójmianu kwadratowego
• oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, podaje równanie jej osi symetrii
• znajduje brakujące współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów

należących do jej wykresu
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej, o ile taka postać istnieje</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje nierówności kwadratowe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rysuje wykres funkcji <math>y =  f(x) </math>, gdy dany jest wykres funkcji kwadratowej <math>y = f(x)</math></li> </ul>

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres funkcji kwadratowej i podaje jej własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>znajduje współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>znajduje współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej własnościach, np. zbiorze wartości, maksymalnych przedziałach monotoniczności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li><b>znajduje iloczyn, sumę, różnicę zbiorów rozwiązań nierówności kwadratowych</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres funkcji, który jest efektem wykonania dwóch przekształceń wykresu funkcji kwadratowej</li> </ul>

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadza wzory na pierwiastki równania kwadratowego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres funkcji, który jest efektem wykonania więcej niż dwóch przekształceń wykresu funkcji kwadratowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej</li> </ul>

## 8. ZASTOSOWANIA FUNKCJI KWADRATOWEJ

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania kwadratowe, stosując poznane metody i wzory</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza argument, dla którego funkcja kwadratowa przyjmuje daną wartość</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej i podaje jego pierwiastki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje nierówności kwadratowe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zaznacza na osi liczbowej iloczyn i różnicę zbiorów rozwiązań dwóch nierówności kwadratowych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania dwukwadratowe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje algebraicznie układy równań, z których obydwa równania są równaniami parabol, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory Viète'a do wyznaczania sumy i iloczynu pierwiastków równania kwadratowego oraz do określania znaków pierwiastków trójmianu kwadratowego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji, wyznacza w prostych przypadkach</li> </ul>

najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza analizę zadania tekstowego i znajduje w prostych przypadkach rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki</li> </ul>

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji, w której wzorze występują pierwiastki kwadratowe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje układy równań, z których co najmniej jedno jest równaniem paraboli, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zaznacza w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosując wzory Viète'a, oblicza wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• układa równanie kwadratowe, którego pierwiastki spełniają określone warunki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem spełniające podane warunki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym, korzystając z własności funkcji kwadratowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania tekstowe w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyprowadza wzory Viète'a</li> </ul>

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej, w tym zadania z parametrem</li> </ul>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

## 9. WIELOMIANY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje wielomian w sposób uporządkowany</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory na sześcian sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześcianów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje proste równania wielomianowe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• dzieli wielomian przez dwumian <math>x - a</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza poprawność wykonanego dzielenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje wielomian w postaci <math>w(x) = p(x)q(x) + r</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wartość parametru tak, aby dane wielomiany były równe w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian <math>x - a</math> bez wykonywania dzielenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu</li> </ul>

o współczynnikach całkowitych
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, gdy dany jest wielomian w postaci iloczynowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki, oraz określa ich krotność</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres wielomianu, gdy dana jest jego postać iloczynowa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu, wyznacza dziedzinę i rozwiązuje zadanie tekstowe w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów</li> </ul>

## Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>określa stopień wielomianu w zależności od parametru</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza sumę współczynników wielomianu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów; określa stopień wielomianu wielu zmiennych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykonuje działania na wielomianach w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory <math>a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + 1)</math> oraz <math>a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + \dots + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory <math>a^3 \pm b^3</math> do usuwania niewymierności z mianownika</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozkłada dany wielomian na czynniki, stosując metodę podaną w przykładzie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>dzieli wielomian przez inny wielomian i zapisuje go w postaci <math>w(x) = p(x)q(x) + r(x)</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian <math>(x - p)(x - q)</math> bez wykonywania dzielenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>dzieli wielomian przez dwumian <math>x - a</math>, stosując schemat Hornera</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, gdy podane są określone warunki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania wielomianowe metodą grupowania wyrazów i wyłączając wspólny czynnik przed nawias w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres wielomianu po wyznaczeniu jego pierwiastków</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastków</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania z parametrem, korzystając z równań i nierówności wielomianowych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji; wykorzystuje równania wielomianowe w zadaniach dotyczących związków miarowych w prostopadłościanach</li> </ul>

## Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń</li> </ul>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych o podwyższonym stopniu trudności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci <math>x - a</math> (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku</li> </ul>

## 10. FUNKCJE WYMIERNE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math> (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie <math>a \neq 0</math>, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przesuwa wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, o wektor, podaje jej własności oraz podaje równania asymptot jej wykresu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, aby otrzymać wykres <math>y = \frac{a}{x-p} + q</math> w prostych przypadkach; szkicuje wykres funkcji <math>y = \frac{a}{x-p} + q</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>dobiera wzór funkcji do jej wykresu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej, korzystając z jej postaci kanonicznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>upraszcza w prostych przypadkach wyrażenia wymierne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania wymierne, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje, również graficznie, nierówności wymierne w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych</li> </ul>

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykresy funkcji <math>y =  f(x) </math>, <math>y = f( x )</math>, <math>y =  f( x ) </math>, gdzie <math>f</math> jest funkcją homograficzną, i opisuje ich własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych, podaje odpowiednie założenia i zapisuje je w najprostszej postaci w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>mnoży wyrażenia wymierne dwóch zmiennych i podaje konieczne założenia</li> </ul>

• przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych; wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną
• rozwiązuje równania i nierówności wymierne
• znajduje współrzędne punktów wspólnych hiperboli i prostej
• rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, w których występują wyrażenia wymierne
• rozwiązuje układy nierówności wymiernych
• wyznacza dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej danej wzorem
• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej
• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych w trudniejszych przypadkach
• zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki
• rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując wyrażenia wymierne, oraz zadania dotyczące związku między drogą, prędkością i czasem

### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przekształca wzory funkcji, w których występują sumy (lub różnice) wyrażeń ze znakiem wartości bezwzględnej, szkicuje ich wykresy i podaje własności
• stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań
• wyznacza liczbę rozwiązań równań $ f(x)  = m$ , $f( x ) = m$ i $ f( x )  = m$ , gdzie $f$ jest funkcją homograficzną, w zależności od parametru $m$
• stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności

## 11. TRYGNOMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa w prostych przypadkach
• wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków
• podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$
• odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
• odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta
• rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku
• stosuje wzory: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ , $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$ , $\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$ do obliczania wartości wyrażenia
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych
• zaznacza w układzie współrzędnych kąt, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej
• stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2}ah$ oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku $a$ : $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w prostych przypadkach</li> </ul>

## Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza w trudniejszych przypadkach długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów i w zadaniach praktycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych <math>\alpha</math> i <math>90^\circ - \alpha</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadza wzór na jedynekę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przekształca w trudniejszych przypadkach wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens lub cotangens kąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia, że podana równość jest tożsamością trygonometryczną</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta <math>P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadza wzór <math>P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia niektóre własności czworokątów</li> </ul>

## Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia związki miarowe w czworokątach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach</li> </ul>

## 12. PLANIMETRIA

## Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje kąty środkowe w okręgu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pole koła i pole wycinka koła</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach</li> </ul>



• określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniem okręgu
• rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
• stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w prostych przypadkach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach
• sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg
• stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
• sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg
• stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
• opisuje własności wielokątów foremnych
• oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego
• wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych
• oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremnym w prostych przypadkach
• stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym
• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym
• wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
• oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego
• wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań
• korzysta z własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań
• stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach
• stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na czworokącie
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w czworokąt
• stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
• przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu, opartych na tym samym łuku

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu
• udowadnia zależności w trójkątach i czworokątach o podwyższonym stopniu trudności
• udowadnia zależności w wielokątach foremnym o podwyższonym stopniu trudności, także z zastosowaniem trygonometrii
• przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów

- |                                                                                                                                                   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności</li> </ul> |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

### 13. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie i wykładniku rzeczywistym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje jej własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza logarytm danej liczby</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza podstawę logarytmu we wzorze funkcji logarytmicznej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu tej funkcji</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres funkcji logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje w prostych przypadkach wykresy funkcji <math>y =  f(x) </math>, <math>y = f( x )</math>, gdy dany jest wykres funkcji wykładniczej lub logarytmicznej <math>y = f(x)</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym w prostych przypadkach</li> </ul>

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>porównuje liczby przedstawione w postaci potęg w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń, w tym wykresy funkcji <math>y =  f(x) </math>, <math>y = f( x )</math> w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z wykresu i własności funkcji wykładniczej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z wykresu i monotoniczności funkcji wykładniczej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu i własności funkcji logarytmicznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczące wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów opisanych z wykorzystaniem funkcji wykładniczej i logarytmicznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby np. <math>\log_2 3</math></li> </ul>

## Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>udowadnia twierdzenia o logarytmach, w szczególności twierdzenie o działaniach na logarytmach i twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu</li> </ul>

**14. FUNKCJE TRYGNOMETRYCZNE**

## Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zaznacza kąt w układzie współrzędnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów: <math>90^\circ</math>, <math>120^\circ</math>, <math>135^\circ</math>, <math>150^\circ</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje funkcje trygonometryczne – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zapisuje miarę danego kąta w postaci <math>k \cdot 360^\circ + \alpha</math>, <math>k \in \mathbf{Z}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres funkcji <math>y = f(x - p) + q</math>, gdzie <math>f</math> jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi <math>OX</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykresy funkcji <math>y = af(x)</math> oraz <math>y =  f(x) </math>, gdzie <math>f</math> jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia proste tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zapisuje dany kąt w postaci <math>k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha</math> lub <math>k \cdot 90^\circ \pm \alpha</math>, gdzie <math>k \in \mathbf{Z}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory redukcyjne do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczania miary kąta w podanym przedziale, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych</li> </ul>

## Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: <math>-90^\circ</math>, <math>315^\circ</math>, <math>1080^\circ</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje w zadaniach funkcje trygonometryczne – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres funkcji okresowej</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności funkcji trygonometrycznej do obliczania jej wartości dla kąta o podanej mierze łukowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykresy funkcji <math>y = f(ax)</math> oraz <math>y = f( x )</math>, gdzie <math>y = f(x)</math> jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji będące efektem wykonania kilku przekształceń; określa ich własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje w zadaniach wykresy funkcji trygonometrycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia – w trudniejszych zadaniach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, podwojonego kąta do przekształcania wyrażeń, w tym do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory redukcyjne do upraszczania wyrażeń i udowadniania tożsamości trygonometrycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań i nierówności trygonometrycznych, wyznaczania zbioru wartości funkcji złożonej i obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz funkcje podwojonego kąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące funkcji trygonometrycznych – o znacznym stopniu trudności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje nierówności trygonometryczne, stosując odpowiednie podstawienia</li> </ul>

### 15. GEOMETRIA ANALITYCZNA

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza odległość punktu od prostej i odległość między prostymi równoległymi</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje równanie okręgu o danym środku i promieniu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej opisanych danymi równaniami</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• opisuje koło w układzie współrzędnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje algebraicznie układy równań drugiego stopnia i podaje ich interpretację geometryczną</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonuje działania na wektorach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy wektory są równoległe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje działania na wektorach do podziału odcinka</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje działania na wektorach do rozwiązywania prostych zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza współrzędne obrazów punktów oraz wierzchołków wielokąta w symetrii osiowej lub symetrii środkowej względem osi układu współrzędnych lub początku układu współrzędnych</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje równanie okręgu do rozwiązywania zadań, w tym do wyznaczania równania okręgu opisanego na trójkącie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych danymi równaniami</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje wzajemne położenie okręgów w prostych zadaniach z parametrem</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności drugiego stopnia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje w zadaniach działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną – w bardziej złożonych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności symetrii osiowej i symetrii środkowej – w bardziej złożonych przypadkach</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności</li> </ul>

## 16. CIĄGI

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres ciągu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość) – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wyraz <math>a_{n+1}</math> ciągu określonego wzorem ogólnym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• bada monotoniczność ciągu – w prostszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym lub określonego rekurencyjnie oraz wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wzór ogólny ciągu, będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów, i bada ich monotoniczność – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje przykłady ciągów arytmetycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica</li> </ul>

• określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
• wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny – w prostych przypadkach
• oblicza sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• podaje przykłady ciągów geometrycznych
• wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz
• wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
• określa monotoniczność ciągu geometrycznego
• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny – w prostych przypadkach
• oblicza sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
• wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny – w prostych przypadkach
• stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu – w prostych przypadkach
• oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji
• oblicza oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania – w prostych przypadkach
• ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jej wartość
• ustala liczbę wyrazów danego ciągu oddalonych od danej liczby o podaną wartość oraz liczbę wyrazów większych (mniejszych) od danej wartości – w prostych przypadkach
• podaje granice ciągów $a_n = q^n$ , gdy $q \in (-1; 1)$ , $a_n = \frac{1}{n^k}$ , gdy $k > 0$ oraz $a_n = \sqrt[n]{a}$ , gdy $a > 0$
• rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy
• stosuje twierdzenie o rozbieżności ciągów: $a_n = q^n$ dla $q > 1$ oraz $a_n = n^k$ dla $k > 0$
• oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w prostych przypadkach
• sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny
• oblicza sumę szeregu geometrycznego – w prostych przypadkach

## Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki – w trudniejszych przypadkach
• bada monotoniczność ciągów
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – w trudniejszych przypadkach
• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu
• uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• stosuje w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę $n$ początkowych wyrazów tych ciągów, również osadzonych w kontekście praktycznym i na dowodzenie
• rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami
• oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w trudniejszych przypadkach
• stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów
• uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy

• oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach
• wyznacza wartości zmiennej, dla której szereg jest zbieżny
• stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów
• rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
• zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły

## Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu
• rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
• wyznacza granicę ciągu w zależności od wartości parametru
• uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej

## 17. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

## Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie. np. na podstawie jej wykresu – w prostych przypadkach
• oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach – w prostych przypadkach
• oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
• wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
• wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
• wyznacza granice funkcji w nieskończoności – w prostych przypadkach
• wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w prostych przypadkach
• sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie – w prostych przypadkach
• oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w prostych przypadkach
• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza miarę kąta, jaki ta styczna tworzy z osią $OX$ – w prostych przypadkach
• wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie
• wyznacza funkcję pochodną wielomianów i oblicza jej wartość w danym punkcie
• stosuje twierdzenie o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz pochodnej funkcji – w prostych przypadkach
• wyznacza wzór funkcji złożonej i jej dziedzinę – w prostych przypadkach
• stosuje pochodną funkcji do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał – w prostych przypadkach
• korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności wielomianów
• podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu
• wyznacza ekstrema wielomianów, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum
• uzasadnia, że dany wielomian nie ma ekstremum
• wyznacza najmniejszą i największą wartość wielomianu w przedziale domkniętym – w prostych przypadkach
• rozwiązuje zadania optymalizacyjne – w prostych przypadkach
• podaje i stosuje schemat badania własności funkcji
• szkicuje wykres wielomianu na podstawie badania jego własności

## Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie
• uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
• oblicza granicę funkcji w punkcie, również granice funkcji w postaci $y = \sqrt{f(x)}$ oraz granice funkcji trygonometrycznych
• stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
• oblicza granice funkcji w nieskończoności
• wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w trudniejszych przypadkach
• bada ciągłość funkcji
• wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale
• stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości
• oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w trudniejszych przypadkach
• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie; oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią $OX$ – w trudniejszych przypadkach
• uzasadnia istnienie pochodnej funkcji w punkcie
• stosuje twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz obliczania wartości pochodnej funkcji w punkcie
• wyznacza współrzędne punktu, w którym styczna do wykresu funkcji spełnia podane warunki
• wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych
• wyznacza pochodną funkcji złożonej
• stosuje interpretację fizyczną pochodnej funkcji
• wyznacza przedziały monotoniczności funkcji – w trudniejszych przypadkach
• uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze
• wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna
• wyznacza ekstrema funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum – w trudniejszych przypadkach
• uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące ekstremów funkcji
• wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym
• rozwiązuje zadania optymalizacyjne
• bada własności funkcji i szkicuje jej wykres

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• wyprowadza wzory na pochodne funkcji
• wyprowadza wzory na pochodną sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji
• <b>wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji</b>
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, wykorzystując pochodną i jej własności

### 18. STATYSTYKA

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych
• odczytuje informacje ze skali centylowej – w prostych przypadkach
• oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych
• oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami



Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych różnymi sposobami</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• odczytuje informacje ze skali centylowej – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych różnymi sposobami</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące statystyki – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki</li> </ul>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------